

Variante del modelo matemático de inventario de cantidad económica de pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda

Variant of the mathematical economic order quantity inventory model (CEP) considering seasonality demand

Gerald Antony Vicencio Checco 

Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac, Perú
gvicencio@unamba.edu.pe

Dagnith Liz Bejarano Luján 

Universidad Nacional Autónoma de Tayacaja Daniel Hernández Morillo, Perú
lizbejarano@unat.edu.pe

Luis Ricardo Paredes Quiroz 

Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac, Perú
lparedes@unamba.edu.pe

RESUMEN

La presente investigación desarrolló un modelo matemático, variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) en función de información histórica de demanda con tendencia estacional. El objetivo fue calcular parámetros de tiempo y tamaño de pedidos, de modo que estos pronósticos reduzcan costos y satisfagan la demanda estimada sin conllevar gastos innecesarios. El modelo propuesto diseña pedidos inicialmente en base al pronóstico de demanda futura a partir de información de demanda histórica con tendencia estacional (suavizada, utilizando el método de multiplicadores estacionales), posteriormente agrupa favorablemente los periodos pronosticados (en función de los picos de demanda), establece constantes logísticas y analiza los requerimientos en cada grupo recurriendo a restricciones que permiten evaluar el volumen de pedidos de modo iterativo. Se realizaron cuatro pruebas de análisis en diversos escenarios redefiniendo la lógica de las restricciones. Los resultados presentaron un modelo matemático que se desarrolló mediante procesos de iteración a partir de las restricciones establecidas, concluyendo que con el modelo desarrollado es posible determinar el volumen y los periodos óptimos para realizar estos pedidos en función de la estacionalidad de la demanda. Siendo el modelo desarrollado una oportunidad de investigación y desarrollo para la industria.

Palabras clave: Demanda estacional, modelo de inventario, cantidad económica de pedido, pronósticos de demanda.

ABSTRACT

This research develops a mathematical model, a variant of the Economic Order Quantity (CEP) model based on historical demand information for products with a seasonal trend. The purpose is to calculate parameters of time and size of orders, so that these forecasts reduce costs and satisfy the estimated demand without entailing unnecessary expenses. The proposed model initially designs orders based on the forecast of future demand based on historical demand information with a seasonal trend (smoothed using the method of seasonal multipliers), then the forecast periods are grouped favorably (based on demand peaks), establishes logistical constants and analyzes the requirements in each group using restrictions that allow the volume of orders to be evaluated iteratively; Four analysis tests were carried out in different scenarios, redefining the logic of the restrictions. The results presented a

pág. 40

mathematical model that is developed through iteration processes based on the established restrictions, concluding that with the developed model it is possible to determine the volume and the optimal periods to make these orders based on the seasonality of the demand.

Keywords: Seasonal demand; inventory model; economic order quantity; demand forecasts.

INTRODUCCIÓN

En el contexto actual de la industria, modelos de negocio priorizan la generación de valor y tras observar el éxito logrado por sistemas de producción que trabajan de manera colaborativa con sus proveedores y sus clientes como indica Darwish et al. (2010), surgen conceptos como la gestión de cadena de suministros como característica inherente a la actividad industrial, que busca integrar y relacionar los procesos relativos a proveedores y comercializadores a fin de cubrir demandas en torno a las necesidades del cliente final; en esta búsqueda el planeamiento es una herramienta importante debido a que ayuda a programar con anticipación requerimientos y planificar liberación de productos del stock disponible.

Según Emigh (1999) se ha desarrollado un creciente interés en implementar iniciativas de inventarios administrados por el vendedor (vendedor managed inventory, VMI), lo que corrobora el interés de la industria en desarrollar procesos de manera óptima que permitan reducir costos y planificar operaciones con anticipación, para cubrir las demandas del mercado.

Diversos modelos de inventario han sido estudiados (Causado, 2015; Rojas, 2013; Gutiérrez y Vidal 2008), sin embargo, la variante del modelo matemático Cantidad Económica de Pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda para productos ha sido poco investigado.

La presente investigación tiene como objetivo definir una variante del modelo de inventario CEP para productos de demanda histórica estacional. Además, el modelo desarrollado busca planificar pedidos anticipadamente, reduciendo el tiempo de espera, de modo que permita mejorar los tiempos en los procesos, y facilitar la coordinación y el control de inventarios.

METODOLOGÍA

Para el desarrollo y validación del modelo matemático se siguió diferentes procedimientos a fin de definir aspectos generales e indicadores de control que intervienen en la modelación matemática, posteriormente se realizó un proceso de validación con diversos escenarios para el modelo desarrollado, como se describe:

1. Pronosticar el comportamiento de la demanda a partir de información histórica

En vista que el modelo planteado es aplicable a productos con demanda estacional, a partir de información histórica referente a la demanda con tendencia estacional de un producto, se realizó un pronóstico de demanda utilizando el método de multiplicadores estacionales.

Según Chapman (2006), un pronóstico de línea recta calculado utilizando un modelo de regresión lineal no muestra la estacionalidad de la información; para incorporar la estacionalidad en el pronóstico es necesario desarrollar multiplicadores estacionales para cada trimestre. Siguiendo el procedimiento citado por Chapman, primero fue encontrado la proporción de la demanda real respecto del pronóstico de regresión, luego se calculó un promedio de estas proporciones para los trimestres similares en periodos de análisis diferentes; y aplicando los multiplicadores estacionales se obtuvo el pronóstico de regresión ajustado estacionalmente. Sin embargo, fue observado en el estudio un margen de error considerable al utilizar varios datos de información histórica en el pronóstico de demanda por el método antes mencionado, por lo que primero se agrupó la información histórica en grupos trabajando de esta manera con menos datos en los grupos, reduciendo el error en el pronóstico.

La fiabilidad del pronóstico de demanda está sujeto al tipo de producto debido a que otras variables intervinientes (clima, ingreso del consumidor, inflación, etc.), no consideradas en el estudio realizado deben de ser irrelevantes al consumo del cliente.

2. Definir la lógica de inventario más óptima en la gestión de cadena de suministros

Se definió la estrategia más óptima que aseguraba un abastecimiento adecuado a un costo mínimo, estableciendo así los tiempos de pedido más óptimos y los métodos de distribución más apropiados.

3. Establecer constantes logísticas y variables de control que faciliten el flujo de productos por el almacén

Se relacionó la lógica PEPS (lo que primero entra es lo que primero sale) en el modelo de inventario que aseguraba la relevancia en el despacho de los lotes de pedidos que ingresan primero. A partir de esta relación se establecieron variables de control y constantes logísticas en nuestro modelo de inventario.

4. Establecer la cantidad a mantener en función de la estacionalidad durante el periodo de análisis

Se relacionó la cantidad a mantener con la estacionalidad en términos sencillos durante el periodo de análisis, para ello se recurrió a las constantes logísticas establecidas anteriormente.

5. Definir la relación del lote de pedido con el costo total en un modelo matemático con base en el modelo CEP

Se estableció una relación entre el tamaño del lote de pedido y el número de pedidos dentro del periodo de análisis, considerando su implicancia en el costo total.

6. Optimizar el modelo matemático a fin de determinar la cantidad óptima de pedido y el tiempo de pedido que minimicen el costo total

Con los parámetros de tiempo y cantidad más óptima, se estableció una variante del modelo matemático CEP considerando estacionalidad para una gestión óptima de la cadena de suministros.

7. Validar el modelo de inventario

En función a las condiciones descritas por Winston (1994), se realizó la validación de datos, para lo cual se consideró el modelo optimizado descrito en series de tiempo más extensas donde se demostró la repetitividad y continuidad en el modelo a establecer. Las condiciones descritas por Winston (1994), para validar los modelos de inventario indican que se debe satisfacer las siguientes hipótesis:

- Pedido repetitivo: La decisión de pedir se repite en forma regular. Es decir, se coloca un pedido, y a medida que se consume el inventario se colocara otro y así sucesivamente.
- Periodo continuo: Un pedido se puede hacer en cualquier ocasión. Los modelos de inventario que permiten esto se llaman modelos de revisión continua. Si la cantidad de inventario disponible se revisa en forma periódica y solo se tienen pedidos en forma periódica, tenemos un modelo de revisión periódica.

Así mismo, este modelo se aplicó en función a ciertas condiciones iniciales inherentes al estudio:

- Debido a que el estudio realizado, consideró pronósticos de demanda a partir de información histórica, utilizando para ello el suavizado de la curva por medio de multiplicadores estacionales, resultó útil este estudio para pronósticos en tramos cortos de tiempo, considerando para ello por lo menos 4 periodos trimestrales como máximo.
- La aplicación de este modelo de manejo de inventario, facilitó la toma de decisiones, y el presente trabajo, recreó un escenario donde nos permitió pronosticar los requerimientos y tiempos utilizados en nuestro abastecimiento; en caso se aplique a un producto, la investigación tendría por defecto un diseño experimental.
- Para que este modelo fuera aplicado en productos con estacionalidad, el producto debería presentar picos de demanda presentes en la información histórica, de similar forma en todo el periodo de análisis de la demanda pronosticada, debería ajustarse a ciertas condiciones del modelo, pronosticando requerimientos a los proveedores y facilitando la gestión de cadena de suministro, ya que permitiría (a los proveedores) disponer de recursos en la etapa de producción y abastecer de manera oportuna a la empresa, satisfaciendo la demanda totalmente, evitando ventas perdidas, reduciendo los costos inherentes a la actividad.

A partir de estas condiciones iniciales y luego de desarrollar el modelo matemático, se realizaron tres pruebas de validación en diferentes escenarios, y se analizaron los comportamientos en función de las variables de control a fin de optimizar parámetros del modelo desarrollado.

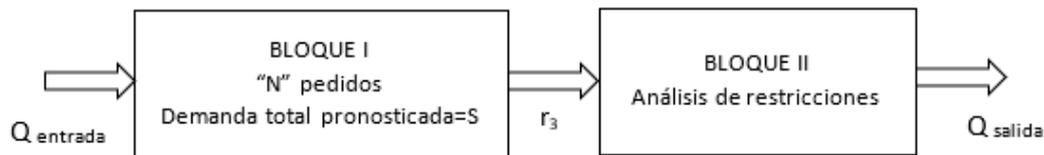
Modelo matemático basado en iteraciones a partir de un análisis de bloques

A partir de datos históricos de la demanda (2 años de antigüedad) con tendencia estacional para productos, se desarrolló un pronóstico de demanda (S) suavizado

estacionalmente para tramos delimitados por el punto de reorden (generalmente cuando el stock disponible es cero), y posteriormente se analizó en base a cuatro restricciones para determinar el volumen óptimo de pedido, desarrollando así un análisis por bloques (Figura 1).

Figura 1

Análisis por bloque del modelo matemático de manejo de inventario considerando estacionalidad de demanda



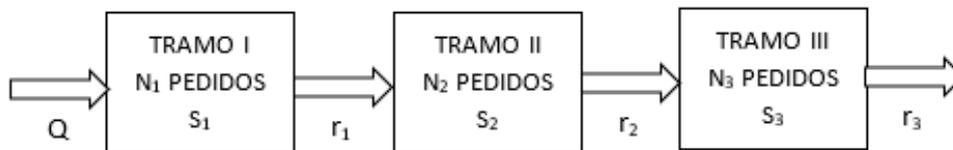
Nota: En la figura, N representa número de pedidos, S demanda total pronosticada, r_3 residuo optimizable, $Q_{entrada}$ volumen del pedido de entrada y Q_{salida} volumen de pedido de salida.

En el bloque I (Figura 1) fue considerado un análisis de demanda en función de la cantidad a pedir, por tanto, se optimizó el volumen de pedidos a solicitar,

asumiendo un análisis de 3 tramos delimitados por los puntos de reorden (Figura 2).

Figura 2

Distribución en tramos de los bloques de demanda



Nota: En la figura, para un determinado tramo, N representa número de pedidos, S demanda total pronosticada, r_3 residuo optimizable, Q volumen del pedido óptimo.

En el bloque II (Figura 1) se analizaron cuatro restricciones, que permitieron que los valores obtenidos sean reales y se ajusten al pronóstico de demanda existente.

ingresado ($Q_{entrada}$), pronósticos de demanda (S_1, S_2, S_3), número de pedidos (N_1, N_2, N_3) y restos de demanda no cubiertos en cada tramo (r_1, r_2, r_3), asegurando un inventario final igual a cero y un costo de mantenimiento necesario.

El valor óptimo de la primera restricción ($Q_{salida1}$) (Figura 3) se definió en función de cualquier pedido

Figura 3

Primera restricción con un volumen de pedido $Q_{salida1}$

$$Q_{salida1} = Q_{entrada} - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right)$$

Nota: Donde,

$S \rightarrow 1$: Demanda total pronosticada en el tramo I

$S \rightarrow 2$: Demanda total pronosticada en el tramo II

$S \rightarrow 3$: Demanda total pronosticada en el tramo III

N1: Número de pedidos en el tramo I
 N2: Número de pedidos en el tramo II
 N3: Número de pedidos en el tramo III
 r1: Número de pedidos en el tramo I
 r2: Número de pedidos en el tramo II
 r3: Número de pedidos en el tramo III

El valor óptimo de la segunda restricción ($Q_{salida2}$) (Figura 4), indicó que existía una condición optimizable dentro de cada tramo de análisis (γ_1 ; γ_2 ; γ_3), esta condición optimizable estuvo en función de cada uno de los restos (r_1 , r_2 , r_3) y en base al valor del volumen óptimo (Q).

Figura 4

Segunda restricción con un volumen de pedido $Q_{salida 2}$

$$Q_{salida 2} = MAX(Q_{optimo I}; Q_{optimo II}; Q_{optimo III})$$

$$Q_{optimo I} = Q - \gamma_1$$

$$Q_{optimo II} = Q - \gamma_2$$

$$Q_{optimo III} = Q - \gamma_3$$

Donde:

Q óptimo I: Volumen de pedido con resto optimizado en el tramo I
 Q óptimo II: Volumen de pedido con resto optimizado en el tramo II
 Q óptimo III: Volumen de pedido con resto optimizado en el tramo III
 γ I: condición optimizable en el tramo I
 γ II: condición optimizable en el tramo II
 γ III: condición optimizable en el tramo III

Para la tercera restricción, el valor óptimo ($Q_{salida3}$) (Figura 5), satisface la demanda pronosticada en el primer periodo del primer tramo (R_1), de modo que,

Figura 5

Tercera restricción con un volumen de pedido $Q_{salida 3}$

$$Q_{salida 3} = R_1$$

Nota: Donde,

R_1 : pronóstico de demanda suavizado estacionalmente para el periodo "1"

La cuarta restricción (Figura 6) tuvo como factor limitante el número de periodos dentro de cada tramo de análisis, por ello se restringió la demanda total

De este modo se definió 3 volúmenes óptimos de pedido con el resto optimizado ($Q_{optimo I}$, $Q_{optimo II}$, $Q_{optimo III}$); y se definió el valor máximo de estos volúmenes óptimos, como aquel que satisface la demanda en todos los periodos.

desde un inicio, cumpla con los requerimientos. De esta manera los excedentes del pedido se pueden dosificar para los periodos siguientes.

pronosticada en su totalidad para cada tramo, en función del número máximo de pedidos que se puede realizar en cada tramo.

Figura 6

Cuarta restricción con un volumen de pedido $Q_{salida 4}$

$$Q_{salida 4} = MAX \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{N_{max 1}} ; \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_i}{N_{max 2}} ; \frac{\sum_{i=n_2+1}^{n_s} R_i}{N_{max 3}} \right)$$

Nota: Donde,

Nmax I: Número máximo de pedidos en el tramo I

Nmax II: Número máximo de pedidos en el tramo II

Nmax III: Número máximo de pedidos en el tramo III

NI: Número de periodos en el tramo I

NII: Número de periodos en el tramo II

NIII: Número de periodos en el tramo III

Finalmente, se definió el volumen óptimo (Q_{salida}) (Figura 7) como el valor máximo de los valores

apropiados, encontrados en los análisis de las cuatro restricciones antes descritas. De este modo se tuvo:

Figura 7

Volumen de pedido óptimo $Q_{salida 2}$

$$Q_{salida} = MAX(Q_{salida 1}; Q_{salida 2}; Q_{salida 3}; Q_{salida 4})$$

Nota: Donde,

Q_{salida} : Volumen de pedido de entrada

MAX: Mayor valor de los valores obtenidos en las restricciones.

DISCUSIÓN

En el desarrollo del presente modelo matemático a partir de pronósticos de demanda con tendencia estacional, se ha establecido una serie de condiciones que permiten su implementación, estas condiciones son recurrentes en el desarrollo de las variantes del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) lo que concuerda con Yao et al. (2007) que indican que los modelos desarrollados complementan y extienden trabajos previos que surgen de la teoría clásica de Cantidad Económica de Pedido. Para reducir costos en el modelo desarrollado se realizó un análisis de restricciones definidas a partir de la dinámica del inventario y luego se recurrió a las iteraciones para calcular el valor óptimo mediante el comportamiento de las variables utilizadas, este procedimiento estuvo fundamentado en las investigaciones realizadas por Liu et al. (2004) que buscaron resolver los problemas de optimización con restricciones no-lineales que capturan puntos clave de la dinámica de los sistemas complejos de producción e inventarios, desarrollando un modelo de múltiples etapas de colas en los inventarios y el sistema de producción, con el objetivo de minimizar los costos de inventarios a lo largo de la cadena.

Para evaluar la optimización de la cantidad a mantener se estableció un indicador de control denominado Factor de Optimización (FOP), pues el manejo de inventario intenta optimizar la cantidad a mantener, por lo tanto, este indicador mide unidades almacenadas como parte del stock disponible, entonces enfocando nuestros esfuerzos en reducir los productos a mantener en nuestro almacén podemos reducir los costos de mantener y por ende reducir los costos totales. Resultados similares, aplicado al área de producción, fueron obtenidos por Kapuscinski et al. (2004) que diseñaron un sistema de gestión para la toma de decisiones de los inventarios de la cadena de suministro de la empresa Dell Computers, que no manejaba inventarios de producto terminado, concluyendo que debería enfocar sus esfuerzos al control de los componentes. El modelo desarrollado es de revisión continua pues permite realizar pedidos en cualquier ocasión, además por la naturaleza de la lógica de inventario establecido por tramos en la distribución de pedidos en todos los periodos de análisis, se puede indicar que en el tramo de análisis se busca cubrir toda la demanda existente, por lo que en periodos iniciales del tramo siguiente el pedido será de tipo obligatorio, este comportamiento es repetitivo en todos los tramos de análisis, concordando con las condiciones establecidas por Winston (1994).

CONCLUSIONES

Es posible definir una variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda, que permita determinar el volumen óptimo de pedido de productos a proveedores, satisfaciendo la demanda pronosticada y minimizando los costos, a través de un análisis de dos bloques en serie y análisis de cuatro restricciones. Estas restricciones estuvieron basadas en función del comportamiento de la estacionalidad de la demanda, por lo que al generarse un proceso iterativo en el uso de este método es posible encontrar una convergencia en un valor óptimo que minimiza los costos y que pronostica los tiempos de reabastecimiento óptimos para realizar los pedidos; mediante el análisis de la lógica de manejo de inventario y definiendo los tramos presentes en el pronóstico de demanda. Siendo el modelo desarrollado una oportunidad de investigación y desarrollo para la industria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Causado, E.R. (2015). Modelo de inventarios para control económico de pedidos en empresa comercializadora de alimentos. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 14(27), 163-178.
- [2] Chapman, S. N. (2006). *Planificación y control de la producción*. Editorial Pearson Educación de México. ISBN: 970-26-0771-X.
- [3] Darwish, M. & Odah, O. (2010). Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains. *European Journal of Operational Research* 204(3), 473-484.
- [4] Emigh, J. (1999). Vendor-managed inventory: Financial and business concepts in brief. *Computerworld*, 33/34(21), 52-55.
- [5] Gutiérrez, V., Vidal, C.J. (2008). Modelos de Gestión de Inventarios en Cadenas de Abastecimiento: Revisión de la Literatura. *Rev. Fac. Ing. Uni. Antioquia*, 43, 134-149.
- [6] Kapuscinski, R., Zhang, R. Q., Carbonneau, P., Moore, R., & Reeves, B. (2004). Inventory decisions in Dell's Supply Chain. *Interfaces*, 34, 191-205.
- [7] Liu, L., Xiaoming, L., & Yao, D. (2004). Analysis and Optimization of a Multistage Inventory-Queue System. *Management Science*, 50(3), 365-380.
- [8] Rojas, D. A. Aplicación de la Teoría de Inventarios a una empresa Poblana. (Tesis de pregrado, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
<https://www.fcm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/ma/AreliRojasDeGante.pdf>.
- [9] Winston, W. (1994). *Investigación de operaciones, aplicaciones y algoritmos*. Grupo Editorial Iberoamerica. México D.F.
- [10] Yao, Y., Evers, P. & Dresner, M. (2007). Supply chain integration in vendor-managed inventory. *Decision Support Systems* 43(2), 663-674.