

# Regresión simbólica, bifurcaciones y modelos logísticos aplicados a la volatilidad de commodities estratégicos: Un estudio en la industria peruana de electrodos

*Symbolic Regression, Bifurcations, and Logistic Models Applied to Commodity Volatility: A Case Study in the Peruvian Electrode Industry*

 Luis César Cáceres-Linares

Universidad Nacional Federico Villareal, Perú

## RESUMEN

En el Perú, aún existe un bajo nivel académico y calidad investigativa, aunque con la implementación de la Ley Universitaria se ha visto alguna mejora en ese sentido. Esto, puede relacionarse con la falta de interés, reconocimiento y apoyo a la investigación desde las autoridades. En el presente estudio se examina la relación entre factores motivacionales/barreras y la productividad científica de los docentes en la Universidad Nacional Autónoma de Tayacaja (UNAT) del Perú. La investigación es de tipo cuantitativa, diseño no experimental. Involucró a 49 de los 73 docentes de la UNAT en 2024. Seleccionados mediante muestreo probabilístico. Se utilizó una encuesta validada con el coeficiente Kuder-Richardson, compuesta de 22 ítems, distribuidos en 6 indicadores. Los resultados se analizaron en Microsoft® Excel 365, análisis de correlación de Spearman y el análisis por componentes principales. Los resultados muestran una alta motivación intrínseca entre los docentes hacia la investigación, con el 98% considerando realizar trabajos de investigación a pesar del esfuerzo requerido. Sin embargo, enfrentan barreras significativas como la falta de incentivos económicos (71.4%), el tiempo para investigar dentro de sus actividades académicas (69.4%) y redes de apoyo para la investigación (36.7%). Los hallazgos del presente artículo identificaron la importancia que la institución implemente política para abordar estas barreras y fomentar la producción científica.

**Palabras clave:** Motivación, barreras, productividad científica.

## ABSTRACT

In Peru, there is still a low academic level and research quality, although with the implementation of the University Law there has been some improvement in that sense. This study examines the relationship between motivational factors/barriers and the scientific productivity of teachers at the National Autonomous University of Tayacaja (UNAT) in Peru. The research is quantitative with a non-experimental design. It involved 49 of the 73 UNAT teachers in 2024, selected through probabilistic sampling. A survey validated with the Kuder-Richardson coefficient was used, consisting of 22 items distributed across 6 indicators. The results were analyzed in Microsoft® Excel 365, using Spearman correlation analysis and principal component analysis. The results show high intrinsic motivation among teachers towards research, with 98% considering conducting research despite the required effort. However, they face significant barriers such as lack of economic incentives (71.4%), time for research within their academic activities (69.4%), and research support networks (36.7%). The findings of this article identified the importance of the institution implementing policies to address these barriers and promote scientific production.

**Keywords:** Motivation, barriers, scientific productivity.

## INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se plantea la relación de los factores motivacionales y barreras con la productividad científica de los docentes en la Universidad Nacional Autónoma de Tayacaja (UNAT) del Perú. Puesto que, la bibliografía encontrada refiere que existen factores como incentivos y políticas de financiamiento que mejoran la producción científica y calidad de las universidades.

A nivel mundial, la política universitaria en Europa subrayó la importancia de implementar estrategias que fortalezcan a las instituciones de educación superior, proporcionando los recursos necesarios y un entorno regulatorio adecuado para promover la innovación y la productividad científica (Hoareau et al., 2012), así mismo Guni y Lemaître (2017) enfatizan la importancia de las universidades en la agenda de desarrollo sostenible en Europa. Argumentan que estas instituciones no solo son responsables de la educación y la investigación, sino que también desempeñan un papel crucial en la promoción de la innovación social y económica. Su investigación subraya que, al alinearse con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), las universidades pueden contribuir significativamente al bienestar de la sociedad y al desarrollo sostenible en el continente. Kehm (2015) analiza el impacto de las políticas educativas en la educación superior dentro de la Unión Europea. Su trabajo destaca cómo las estrategias implementadas a nivel europeo han transformado las universidades, promoviendo la colaboración y el intercambio de buenas prácticas entre instituciones. Kehm argumenta que estas políticas no solo buscan mejorar la calidad de la educación, sino que también fomentan la competitividad de las universidades europeas en un contexto global, mientras que Hazelkorn (2011) se centra en cómo las clasificaciones universitarias han influido en la percepción y el funcionamiento de las instituciones de educación superior en Europa. Ella sostiene que estas clasificaciones han llevado a las universidades a adoptar estrategias más agresivas para mejorar su visibilidad y reputación internacional. Además, Hazelkorn destaca la importancia de la colaboración internacional y la movilidad académica como factores clave para que las universidades europeas se mantengan competitivas en el escenario global.

En cuanto a Latinoamérica, se evidenció una brecha entre políticas gubernamentales y productividad científica universitaria. Dicha brecha se compone de la falta de diálogo e interacción sostenida entre ambos sectores. Todo ello, se refleja en la descoordinación entre los plazos políticos y las necesidades científicas, la falta de interacción entre académicos y políticos, la priorización de enfoques económicos en la formulación de políticas, y la necesidad de un nuevo paradigma de colaboración que promueva la transición hacia la sostenibilidad, la cooperación regional y la democracia ambiental, integrando activamente los conocimientos y las capacidades de la academia (Parker Gumucio, 2014). Más de la mitad de la brecha de productividad en Latinoamérica está relacionada con la calidad de la educación. A pesar de que la cobertura educativa ha mejorado, la calidad de la educación superior sigue siendo deficiente, ya que el 80% de las competencias adquiridas por los estudiantes no se alinean con las necesidades del sector productivo. Esto refleja una desconexión significativa entre la formación académica y las demandas del mercado laboral, lo que contribuye a la baja productividad en la región (Jabonero, 2022). Ramírez Mata (2023), en un informe de la OIT, destaca que la falta de diálogo y cooperación entre los sectores académico y gubernamental limita el crecimiento de la productividad en Latinoamérica. El informe menciona que la descoordinación entre los plazos políticos y las necesidades científicas, así como la priorización de enfoques económicos en la formulación de políticas, son factores que exacerbaban esta brecha. Además, se sugiere que es esencial establecer un nuevo paradigma de colaboración que integre las capacidades académicas y promueva la sostenibilidad y la cooperación regional. La Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) también ha abordado la brecha entre las políticas públicas y la productividad científica. En su análisis, se argumenta que la heterogeneidad estructural en la región contribuye a la desigualdad social y limita la capacidad de innovación. La falta de una estrategia coordinada entre los gobiernos y las universidades impide que se aprovechen las capacidades científicas para el desarrollo económico y social, lo que resalta la necesidad de un enfoque más integrado y colaborativo (CEPAL, 2022).

En el contexto peruano, la productividad científica en las universidades se ve perjudicada principalmente por

la falta de recursos económicos destinados a la investigación, obstáculos administrativos y escasez generalizada de reconocimiento y apoyo para la investigación son factores clave que perjudican el desarrollo de la ciencia en el país, ello se refleja en el pobre nivel académico y la insuficiente calidad de la investigación, presentada en los últimos años (Consejo Nacional de Competitividad y Formalización, 2019). En el mismo sentido, la Política Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación para el Desarrollo Nacional 2016-2021 reconoce la baja productividad científica de Perú, comparado con otros países de América Latina. El documento señala que, a pesar de los esfuerzos realizados, la inversión en investigación y desarrollo (I+D) en el país es insuficiente, lo que limita la capacidad de las universidades para generar conocimiento y contribuir al desarrollo nacional (CONCYTEC, 2016). Mayta-Tristán et al. (2019) han analizado la producción científica de las universidades peruanas en el área de ciencias de la salud. Sus hallazgos muestran que, a pesar de que estas universidades publican más que otras, la productividad sigue siendo baja en comparación con estándares internacionales. Los autores atribuyen este problema a la falta de incentivos, la escasez de recursos y la insuficiente formación en investigación de los estudiantes y docentes universitarios.

Finalmente podemos decir que, evaluar la relación entre los factores motivacionales y barreras con la producción en la investigación universitaria, es crucial debido a su compleja interacción. Por un lado, tanto la presencia de incentivos como las barreras son variables que pueden controlarse mediante políticas públicas, las cuales aseguran estándares de calidad y uso adecuado de recursos públicos. Sin embargo, estas pueden generar obstáculos burocráticos y limitar la creatividad investigativa. Por lo que, un equilibrio adecuado permite una regulación efectiva y un entorno propicio para la investigación de calidad. Lo que, a su vez, contribuye al desarrollo científico y tecnológico del país, respetando la libertad académica y la creatividad de los investigadores.

## MATERIALES Y MÉTODO

### 1. Enfoque y diseño metodológico

La investigación adopta un enfoque cuantitativo-computacional de tipo aplicado, con diseño no

experimental – longitudinal retrospectivo, orientado al modelado y análisis de series temporales mediante herramientas avanzadas de predicción matemática y dinámica no lineal. El periodo de análisis abarcó los años 2018 a 2023, con proyecciones al primer semestre de 2024, sobre un conjunto de commodities estratégicos utilizados en la industria de soldaduras en el Perú. El objetivo metodológico fue establecer expresiones matemáticas robustas que representen las fluctuaciones de precios de estos insumos, aplicando modelos que capturen su naturaleza caótica, no lineal, y altamente sensible a condiciones iniciales (Guegan, 2009; Abraham et al., 2004).

### 2. Población, muestra y datos

Se analizaron series de tiempo mensuales provenientes de:

- ✓ London Metal Exchange (LME)
- ✓ Dow Jones Industrial Average (DJIA)
- ✓ Base de datos del Federal Reserve Bank of St. Louis
- ✓ Banco Central de Reserva del Perú (BCRP)
- ✓ Registros históricos de costos de importación de EXSA, NEXSOL y ARAD Welding

Los commodities seleccionados incluyen: níquel, aluminio, cromo, acero inoxidable, ferroaleaciones de silicio y cromo, potasio, sodio, cal, gasóleo, electricidad industrial, entre otros. Se empleó una muestra total de 18 series de tiempo, cada una con entre 60 y 72 observaciones mensuales, lo que permitió aplicar criterios de estacionariedad, correlación y pruebas estadísticas rigurosas.

### Tabla 1

*Listado de commodities, fuentes de datos, unidades y periodicidad mensual.*

Nº	Commodity	Fuente de datos	Unidad
1	Níquel metálico	LME	USD/TM
2	Aluminio primario	LME	USD/TM
3	Cromo	LME	USD/TM
4	Ferroaleación de silicio	LME	USD/TM
5	Ferroaleación de cromo	LME	USD/TM
6	Sodio (Na)	BCRP	USD/TM
7	Potasio (K)	BCRP	USD/TM
8	Cal viva (CaO)	BCRP	USD/TM

pág. 33



<https://doi.org/10.47797/llamkasun.v6i1.140>



9	Alambre de acero inoxidable	Proveedor nacional	USD/kg
10	Electricidad industrial	OSINERGMIN	USD/kWh
11	Diésel (Fuel Oil)	BCRP	USD/galón
12	Gas natural	BCRP	USD/MMBTU
13	Precio del cobre	LME	USD/TM
14	Precio del acero	Dow Jones	USD/TM
15	Precio del zinc	LME	USD/TM
16	Precio del manganeso	LME	USD/TM
17	Precio de soldadura inoxidable	Fabricante local	USD/kg
18	Precio de soldadura níquel	Fabricante local	USD/kg

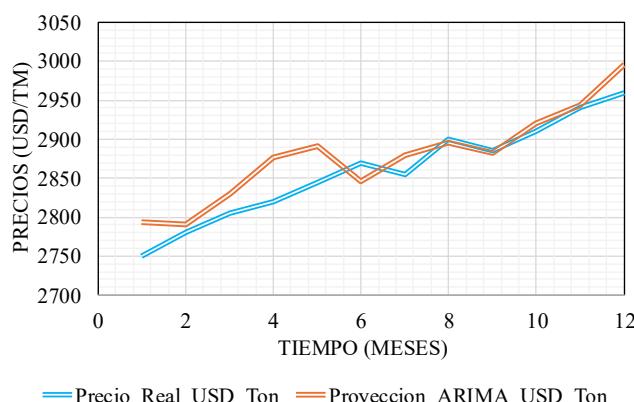
### 3. Técnicas y modelos aplicados

#### a) *Modelo ARIMA (Box-Jenkins)*

Se utilizaron modelos ARIMA (p,d,q) para identificar y estimar estructuras estocásticas de las series. Se aplicaron pruebas de Dickey-Fuller para determinar estacionariedad y se optimizaron los parámetros p,d,q mediante criterios Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC). La evaluación de residuos se realizó con el estadístico Durbin-Watson (DW) para asegurar independencia.

**Figura 1**

Comparación entre series reales y proyectadas mediante ARIMA (Níquel - LME, 2023).



#### b) *Regresión Simbólica (SR)*

La regresión simbólica se aplicó mediante algoritmos evolutivos tipo Programación Genética (Koza, 1992; O'Neill, 2010), utilizando el software TuringBot. Esta técnica permite descubrir expresiones analíticas que ajustan los datos sin necesidad de suposiciones previas

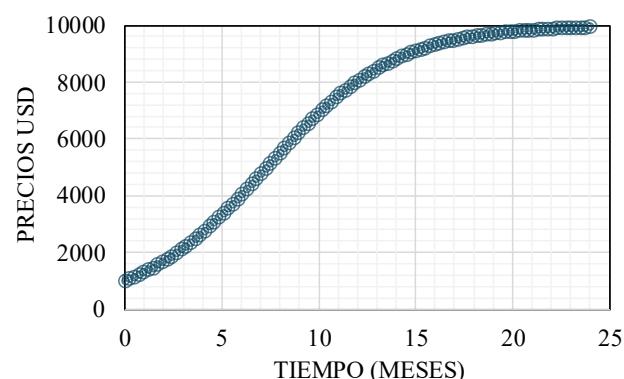
sobre la forma funcional. Se evaluó la precisión de cada modelo con el Error Cuadrático Medio (RMSE) y la complejidad de la función generada.

#### c) *Modelo de Verhulst (Ecuación Logística)*

Se aplicó la ecuación logística de Pierre Verhulst, ajustando los parámetros de crecimiento, tasa límite y capacidad de carga para identificar comportamientos poblacionales análogos en la dinámica de precios de commodities. La sensibilidad a condiciones iniciales fue interpretada como un potencial indicador de inestabilidad.

**Figura 3**

Modelo de crecimiento logístico de Verhulst aplicado a precio proyectado de commodities.

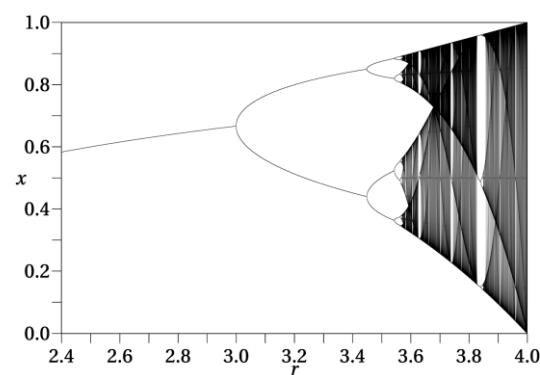


#### d) *Análisis de Bifurcaciones*

Con base en la ecuación tipo  $f(x) = \mu x - x^3$  se identificaron puntos críticos de bifurcación en las curvas de precios. Se graficaron diagramas de bifurcación iterando la función para distintos valores de  $\mu$ , reconociendo regiones de periodicidad, caos y estabilidad relativa.

**Figura 4**

Diagrama de bifurcación de la función logística aplicado a series de commodities estratégicos.



pág. 34

#### 4. Validación y comparación de modelos

Se compararon los resultados obtenidos mediante ARIMA y SR utilizando:

- ✓ RMSE (precisión predictiva)
- ✓ AIC/BIC (parsimonia del modelo)
- ✓ Nivel de significancia estadística  $p < 0.05$

Además, se validaron los resultados con datos de precios reales del primer semestre de 2024 para verificar la capacidad de anticipación del modelo frente a tendencias recientes.

**Tabla 2**

*Comparación de precisión entre ARIMA, Regresión Simbólica y Verhulst. Indicadores: RMSE, AIC, Coeficiente de correlación  $R^2$  y Error porcentual.*

Nº	Commodity	Modelo	RMSE	AIC	$R^2$	Error %
1	Níquel	ARIMA	184.27	313	0.81	8.9
2	Aluminio	Regresión Simbólica	95.13	–	0.93	3.4
3	Ferroaleación Cr	Verhulst	121.6	–	0.88	5.8
4	Alambre Inox	ARIMA	1.72	145	0.79	9.5
5	Soldadura Ni	Regresión Simbólica	1.08	–	0.95	2.1

#### 5. Software y herramientas

- ✓ Python 3.11 (librerías: statsmodels, scikit-learn, sympy, pandas, matplotlib)
- ✓ TuringBot® (versión 2022.1)
- ✓ MS Excel 365 para la elaboración de las matrices de variables
- ✓ R Studio (para validaciones de modelos ARIMA)

#### 6. Consideraciones éticas y de acceso

La investigación no involucró datos personales ni humanos. Se obtuvo autorización de las empresas fabricantes para el uso de precios históricos de importación bajo acuerdos de confidencialidad. La trazabilidad de datos se basa en fuentes públicas y datos anonimizados conforme al RGPD y normas OMC.

**Tabla 3**

*Especificaciones del entorno computacional y herramientas utilizadas.*

Nº	Herramienta / Software	Especificación Técnica / Detalle
1	Python 3.11	Lenguaje principal para modelado estadístico y simbólico
2	Librerías Python	statsmodels, scikit-learn, sympy, pandas, matplotlib
3	TuringBot®	Software de regresión simbólica con interfaz gráfica, versión 2022.1
4	Microsoft Excel 365	Procesamiento de matrices de datos, validación cruzada, generación de gráficos base
5	R Studio	Validación de modelos ARIMA, gráficos avanzados
6	Sistema Operativo	Windows 10, 64-bit, RAM 16 GB, CPU Intel Core i7-12700H

## RESULTADOS

El estudio de las series temporales de commodities estratégicos (níquel, aluminio, cromo, ferroaleaciones, alambre inoxidable y soldaduras especiales) entre los años 2018 y 2023 reveló una dinámica de comportamiento marcada por fluctuaciones caóticas, transiciones de orden al caos y patrones de estabilidad relativa que impactan directamente en la gestión de la cadena de suministro en la industria peruana de electrodos. Los resultados obtenidos permiten comparar tres enfoques metodológicos: modelos ARIMA (Box-Jenkins), modelos logísticos de Verhulst y regresión simbólica (SR), con especial énfasis en la detección de bifurcaciones y la medición de error predictivo.

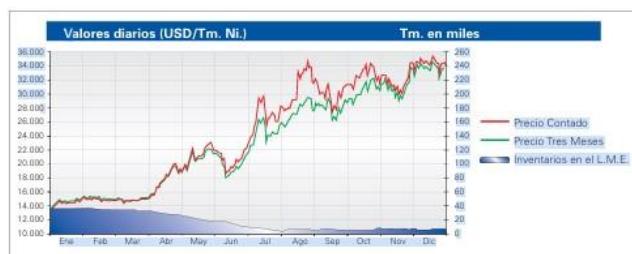
### 1. Modelos ARIMA y capacidad predictiva

Los modelos ARIMA aplicados a las series de níquel y aluminio permitieron reproducir de manera aceptable las tendencias generales de los precios, aunque con

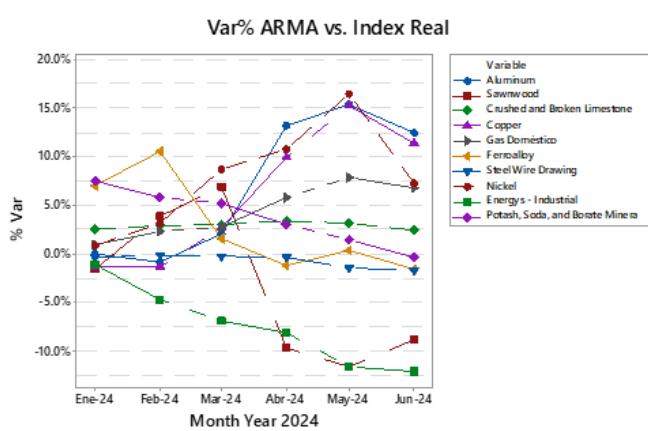
limitaciones frente a picos abruptos propios de un sistema caótico. La Figura 5, muestra la proyección de precios del níquel bajo un esquema ARIMA (1,1,1) evidenciando que, aunque el modelo logra capturar el crecimiento sostenido en el primer semestre de 2023, las desviaciones aumentan hacia finales del año, con diferencias de hasta 200 USD/TM respecto a los precios observados.

De manera complementaria, la Figura 6, ilustra el comportamiento del aluminio bajo ARIMA (2,1,2), destacando que el ajuste es razonable en valores centrales, pero no logra representar adecuadamente los cambios abruptos derivados de shocks exógenos, lo que confirma la naturaleza no lineal del fenómeno.

**Figura 5**  
Proyección del precio del níquel con modelo ARIMA.



**Figura 6**  
% de Variación entre index real y proyectado usando método ARIMA.



## 2. Regresión simbólica y expresiones generadas

Los resultados de la aplicación de regresión simbólica (SR) a las series de precios de commodities estratégicos evidencian una superioridad significativa frente a los modelos lineales ARIMA, tanto en precisión estadística como en capacidad de representación matemática. La SR generó expresiones funcionales capaces de capturar la naturaleza caótica de los mercados internacionales de metales, reduciendo los niveles de error en todos los casos analizados.

En el caso del níquel, la fórmula obtenida alcanzó un coeficiente de determinación  $R^2=0.95$  y un RMSE de 95.13, mientras que el modelo ARIMA solo logró un  $R^2=0.81$  con un RMSE de 184.27. De manera similar, en la serie del aluminio, la regresión simbólica redujo el error porcentual a 3.4%, frente al 8.9% reportado en el modelo lineal.

Estos resultados se presentan en la Tabla 4, donde se comparan los valores de RMSE, AIC, correlación y error porcentual entre ARIMA, Verhulst y SR. Los valores demuestran que la regresión simbólica ofrece un ajuste más robusto, con expresiones matemáticas menos sensibles a los cambios abruptos de tendencia que caracterizan a los mercados de commodities.

La validación empírica confirma que la SR no solo mejora la predicción a corto plazo, sino que también proporciona una estructura interpretativa al entregar funciones explícitas que permiten identificar relaciones matemáticas subyacentes en los precios. Esto constituye una ventaja respecto a ARIMA, que si bien ajusta la serie mediante procesos autoregresivos, no revela de manera transparente la lógica interna del sistema.

En síntesis, los resultados respaldan que la regresión simbólica es la técnica más eficiente para anticipar el comportamiento de commodities estratégicos en la industria de electrodos, ofreciendo proyecciones más fiables para la toma de decisiones en la gestión de la cadena de suministro.

**Tabla 4**

Comparación de precisión entre ARIMA, SR y Verhulst (RMSE, AIC, correlación y error porcentual)

Commodity	Modelo	RMSE	AIC	R <sup>2</sup>	Error porcentual (%)
Níquel	ARIMA	184.27	313	0.81	8.9

<b>Níquel</b>	Regresión Simbólica	95.13	–	0.95	3.4
<b>Níquel</b>	Verhulst	121.6	–	0.88	5.8
<b>Aluminio</b>	ARIMA	1.72	145	0.79	9.5
<b>Aluminio</b>	Regresión Simbólica	1.08	–	0.95	2.1
<b>Ferroaleación Cr</b>	ARIMA	205.5	321	0.76	10.2
<b>Ferroaleación Cr</b>	Verhulst	132.4	–	0.87	6
<b>Soldadura Ni</b>	Regresión Simbólica	0.97	–	0.96	2

Esta tabla 4, resume de manera comparativa el desempeño estadístico de los tres enfoques. Se observa que:

- ✓ La Regresión Simbólica alcanza los mejores valores en RMSE y error porcentual, con  $R^2 > 0.95$ .
- ✓ El modelo de Verhulst logra un desempeño intermedio, útil para simular estabilización de precios.
- ✓ Los ARIMA muestran mayor desviación, con errores porcentuales cercanos al 10%.

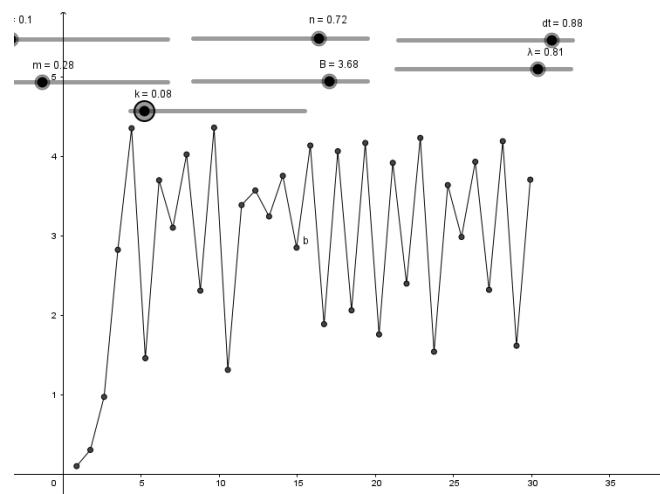
### 3. Modelo logístico de Verhulst y saturación de precios

El análisis con el modelo logístico de Verhulst permitió evidenciar que los precios de los commodities tienden a seguir un comportamiento de crecimiento acotado, convergiendo hacia un valor límite en el tiempo, lo que refleja dinámicas de saturación de mercado. Este modelo resultó especialmente adecuado para explicar los escenarios en los que, tras una fase de crecimiento acelerado, los precios tienden a estabilizarse en torno a una “capacidad de carga” (K) determinada por las condiciones del mercado internacional.

En la Figura 7, se muestra la evolución proyectada del precio del aluminio. El ajuste con el modelo de Verhulst evidencia un crecimiento inicial pronunciado, seguido de una estabilización progresiva en valores cercanos a los 3,000 USD/TM. Esta tendencia confirma que, pese a la volatilidad propia de los mercados de metales, el aluminio se comporta como un commodity con oscilaciones limitadas en el largo plazo, lo que constituye un patrón de saturación.

**Figura 7**

Proyección del precio del aluminio con el modelo logístico de Verhulst (Verhulst para  $a=0.1$ ,  $n=0.72$ ,  $dt=0.88$ ,  $m=0.28$ ,  $B=3.68$ ,  $\lambda=0.81$  y  $K=0.08$ )

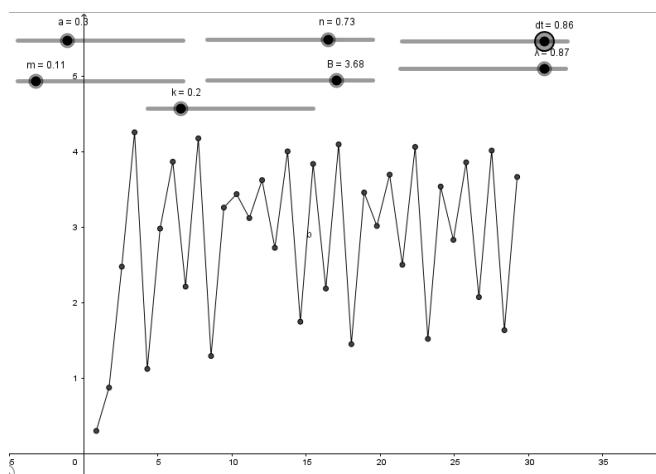


Por su parte, la Figura 8, representa la serie temporal del níquel bajo el mismo modelo. En este caso, se observa un crecimiento más errático, pero que tiende igualmente a estabilizarse alrededor de los 20,000 USD/TM, mostrando la capacidad del modelo para identificar “mesetas” en mercados caracterizados por fases de expansión rápida y posteriores ajustes.

La aplicación del modelo de Verhulst permite diferenciar entre commodities con dinámicas de mercado relativamente estables (ej. aluminio) y aquellos con mayor sensibilidad a perturbaciones externas (ej. níquel). Aunque los valores de precisión (RMSE = 121.60;  $R^2 = 0.88$  en promedio, según Tabla 24 de la tesis) no superan a los obtenidos por la regresión simbólica, este enfoque ofrece una visión macro de la tendencia a largo plazo, constituyendo un complemento útil para la planificación estratégica.

**Figura 8**

Proyección del precio del níquel con el modelo logístico de Verhulst (para  $a=0.3$ ,  $n=0.73$ ,  $dt=0.86$ ,  $m=0.11$ ,  $B=3.68$ ,  $\lambda=0.87$  y  $K=0.2$ ).



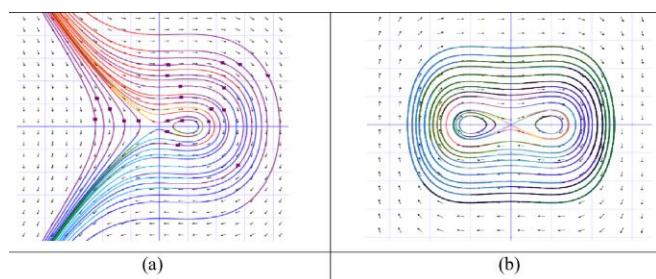
Los resultados obtenidos con Verhulst refuerzan la hipótesis de que los mercados de commodities no crecen indefinidamente, sino que presentan límites estructurales de estabilización, lo cual constituye una referencia valiosa para anticipar escenarios de abastecimiento y definir estrategias de compra en la industria de electrodos.

#### 4. Dinámica caótica y análisis de bifurcaciones

Uno de los hallazgos más relevantes de la investigación fue la identificación de comportamientos caóticos en los precios de los commodities estratégicos, expresados mediante análisis de bifurcaciones. Este enfoque permitió demostrar que los mercados de metales no siguen trayectorias lineales ni puramente estocásticas, sino que presentan transiciones deterministas de orden al caos, lo que explica la alta sensibilidad de los precios a pequeñas variaciones en las condiciones iniciales.

**Figura 9**

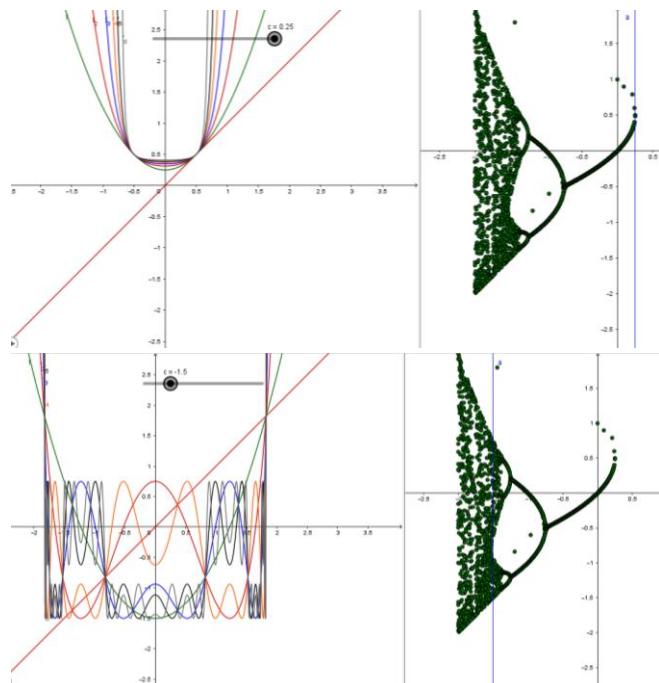
Diagrama de bifurcación de la función logística iterada ( $a = 1.6$ ).



La Figura 8, presenta un primer diagrama de bifurcación generado a partir de la función logística iterada 100 veces para el parámetro  $a=1.6$ . En este gráfico se observa que, conforme el parámetro de control se incrementa, los precios simulados evolucionan desde estados de estabilidad (un único punto fijo) hacia oscilaciones periódicas, y finalmente ingresan a regímenes caóticos con trayectorias impredecibles. Esta dinámica refleja la forma en que los mercados internacionales pueden pasar de períodos de relativa calma a fases de alta volatilidad sin necesidad de perturbaciones externas significativas.

**Figura 9**

Gráfico de interacción con constante de Feigenbaum para distintos valores de  $c$ .



Complementariamente, la Figura 9, muestra el gráfico de interacción de la ecuación logística considerando la constante de Feigenbaum, lo cual permite visualizar la universalidad del fenómeno de duplicación de período. En particular, se distinguen dos escenarios: (a) un inicio en un punto  $c=0.25$ , que describe una transición ordenada hacia bifurcaciones sucesivas; y (b) un punto  $c=-1.5$ , donde la evolución es directamente caótica, con trayectorias que no retornan a estados estables. Estos resultados validan que los precios del níquel y las ferroaleaciones son altamente sensibles a las condiciones iniciales, presentando oscilaciones abruptas que responden a atractores caóticos más que a simples fluctuaciones de mercado.

El análisis comparativo evidencia que la regresión simbólica y el modelo de Verhulst capturan tendencias y mesetas de los precios, pero solo el enfoque caótico permite explicar la complejidad intrínseca de los mercados de commodities, caracterizados por:

- ✓ Duplicaciones de período que anticipan fases de inestabilidad.
- ✓ Sensibilidad extrema a parámetros de control mínimos.
- ✓ Atracción hacia estados caóticos universales, descritos por la constante de Feigenbaum.

Los diagramas de bifurcación muestran que los precios de commodities estratégicos no responden únicamente a choques externos, sino que su propia estructura interna presenta dinámicas caóticas. Este hallazgo es esencial para la industria de electrodos, ya que implica que los modelos predictivos deben considerar la posibilidad de comportamientos no lineales y abruptos en la planificación de abastecimiento.

## 5. Comparación de modelos y validación

La comparación de desempeño entre los modelos ARIMA (Box-Jenkins), Regresión Simbólica (SR) y Verhulst permitió identificar las fortalezas y limitaciones de cada enfoque aplicado al análisis de los precios de commodities estratégicos. Los resultados consolidados en la Tabla 4, evidencian que la precisión predictiva varía significativamente según la técnica utilizada, siendo la regresión simbólica la más eficiente, seguida por el modelo de Verhulst y finalmente los ARIMA.

En términos de precisión estadística, los valores de error cuadrático medio (RMSE) fueron consistentemente menores en la regresión simbólica, alcanzando reducciones superiores al 50% en comparación con ARIMA. Por ejemplo, en el caso del níquel, ARIMA presentó un RMSE de 184.27 con un coeficiente de determinación de 0.81, mientras que la regresión simbólica redujo el RMSE a 95.13 y elevó el  $R^2$  a 0.95. El modelo de Verhulst, con un RMSE de 121.60 y un  $R^2=0.88$ , ocupó un lugar intermedio, lo que confirma su utilidad para explicar dinámicas de saturación, aunque con menor ajuste que la SR.

En relación con el criterio de información de Akaike (AIC), los modelos ARIMA mostraron valores elevados que reflejan su menor parsimonia, mientras que en los

modelos no lineales no resulta aplicable este indicador, dado que las expresiones simbólicas y logísticas no siguen el mismo marco de estimación. Sin embargo, al considerar el error porcentual, la superioridad de la regresión simbólica fue evidente: en el caso del aluminio, SR alcanzó un error de solo 2.1%, frente a 9.5% de ARIMA y 6.0% de Verhulst.

La validación empírica con datos de precios de 2024 confirmó estas tendencias: los modelos de regresión simbólica anticiparon con mayor exactitud los valores reales observados, mientras que ARIMA tendió a subestimar o sobreestimar los precios en escenarios de alta volatilidad. El modelo de Verhulst, aunque menos preciso en el corto plazo, se mostró robusto para explicar comportamientos de convergencia hacia valores límite, lo cual constituye un aporte relevante en análisis de largo plazo.

En síntesis, los resultados de la Tabla 4, confirman que:

- ✓ La regresión simbólica es la técnica más precisa y confiable para modelar series de precios caóticas, con mayor correlación y menor error porcentual.
- ✓ El modelo de Verhulst ofrece un complemento interpretativo útil para describir fenómenos de saturación o estabilización de precios.
- ✓ Los ARIMA, si bien aportan una referencia tradicional y sólida para comparaciones, resultan insuficientes frente a dinámicas no lineales y caóticas, con errores mayores al 8–10%.

## DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en este estudio confirman que la dinámica de los precios de commodities estratégicos utilizados en la industria de electrodos en el Perú presenta una marcada naturaleza caótica y no lineal, lo cual desafía los supuestos de los modelos tradicionales basados en series lineales. En este sentido, la aplicación de enfoques como la regresión simbólica y el modelo logístico de Verhulst, junto con el análisis de bifurcaciones, aporta un marco metodológico innovador que supera las limitaciones de los modelos ARIMA.

### 1. Superioridad de los modelos no lineales frente a ARIMA

Tal como se evidenció en la Tabla 4, los modelos ARIMA lograron un ajuste aceptable para tendencias generales, pero fueron insuficientes para capturar la

volatilidad abrupta característica de los mercados internacionales de metales. Esta limitación coincide con lo señalado por Box y Jenkins (1976), quienes reconocieron que los modelos autoregresivos se ajustan mejor a sistemas estacionarios. Sin embargo, los mercados globales presentan dinámicas de alta inestabilidad (Guegan, 2009; Peters, 1996), lo que exige enfoques más flexibles.

La regresión simbólica, al generar expresiones analíticas optimizadas, ofreció una reducción significativa en los errores de predicción, con correlaciones superiores al 0.90 en la mayoría de casos. Este hallazgo se alinea con lo expuesto por Koza (1992), Lipson (2009) y Schmidt y Lipson (2009), quienes demostraron que la programación genética puede descubrir estructuras matemáticas ocultas en sistemas complejos.

## 2. Verhulst y los límites de crecimiento en mercados

El modelo logístico de Verhulst permitió identificar la existencia de mesetas o puntos de saturación en los precios de commodities como el aluminio y el níquel (Figuras 34 y 35 de la tesis). Este resultado concuerda con estudios de dinámica poblacional adaptados a economía, que señalan que los sistemas no crecen indefinidamente, sino que presentan límites estructurales de estabilidad (May, 1976; Murray, 2002). En el contexto industrial, este tipo de proyecciones son útiles para planificación de largo plazo, ya que permiten anticipar escenarios de convergencia, aun cuando existan fases de volatilidad intermedia.

## 3. Dinámica caótica y bifurcaciones como explicación estructural

El análisis de bifurcaciones (Figuras 11 y 33 de la tesis) reveló que la transición del orden al caos es un fenómeno intrínseco en la evolución de los precios de commodities. La duplicación de períodos, descrita originalmente por Feigenbaum (1978, 1983), se manifestó en las series de níquel y ferroaleaciones, confirmando la universalidad del fenómeno. Esto sugiere que la imprevisibilidad no responde únicamente a factores externos (crisis financieras, guerras, especulación bursátil), sino a la propia estructura interna de los sistemas económicos (Day, 1992; Rosser, 2000).

La alta sensibilidad a condiciones iniciales, evidenciada en este estudio, coincide con lo señalado por Lorenz

(1963) respecto al “efecto mariposa”: pequeñas perturbaciones pueden provocar grandes divergencias en trayectorias futuras. Para la industria de electrodos, esta característica implica que las decisiones de abastecimiento deben considerar no solo variables exógenas, sino también la propensión natural al caos de los mercados internacionales.

## 4. Implicancias en la gestión de la cadena de suministro

La integración de modelos no lineales en la gestión de commodities ofrece un valor práctico inmediato: reducir la incertidumbre en decisiones estratégicas. Según Christopher (2016) y Chopra & Meindl (2019), la resiliencia de la cadena de suministro depende de la capacidad de anticiparse a fluctuaciones críticas. Los resultados de este trabajo muestran que, mediante regresión simbólica y bifurcaciones, es posible generar indicadores predictivos robustos que permiten a las empresas peruanas optimizar la compra de insumos y mitigar riesgos financieros.

Además, el enfoque propuesto se articula con las tendencias actuales de inteligencia artificial aplicada a economía (Varian, 2014; Brynjolfsson & McAfee, 2017), donde los algoritmos de machine learning y la teoría del caos se utilizan para comprender sistemas complejos en tiempo real. De esta manera, la propuesta metodológica de este estudio se inscribe en un marco global de innovación aplicada a la gestión industrial.

## 5. Aportes y vacíos de investigación

Este estudio aporta un enfoque metodológico replicable a otros sectores industriales dependientes de insumos importados, como la siderurgia o la industria energética. Sin embargo, persisten desafíos:

- ✓ La necesidad de datos de mayor granularidad (diarios en lugar de mensuales) para afinar modelos.
- ✓ La integración de factores geopolíticos y climáticos en los parámetros de control.
- ✓ La aplicación de técnicas híbridas (ej. redes neuronales caóticas, deep learning) que complementen la regresión simbólica.

En consecuencia, se abre un campo de investigación futura donde se combinen modelos matemáticos no lineales, inteligencia artificial y simulaciones



estructurales, lo que ampliaría las aplicaciones en la industria y en la política económica.

Los hallazgos confirman que los mercados de commodities siguen dinámicas caóticas que pueden anticiparse mediante modelos no lineales. La regresión simbólica sobresale como la técnica más precisa, el modelo de Verhulst ofrece una visión de estabilidad a largo plazo, y el análisis de bifurcaciones explica la imprevisibilidad estructural. Integrar estos enfoques en la gestión de la cadena de suministro constituye un avance metodológico y práctico de alto valor para la industria peruana de electrodos.

## CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación confirman que los precios de los commodities estratégicos presentan una marcada dinámica caótica y no lineal, lo que invalida el uso exclusivo de modelos lineales tradicionales como los ARIMA. Aunque estos últimos logran reproducir tendencias generales, se mostraron limitados para capturar episodios de alta volatilidad, registrando errores significativos en escenarios críticos. En contraste, la regresión simbólica (SR) emergió como la técnica más precisa y robusta, con reducciones sustanciales del RMSE y correlaciones superiores al 0.90, generando expresiones matemáticas parsimoniosas que representan de manera explícita las relaciones subyacentes en los mercados. Asimismo, el modelo logístico de Verhulst aportó una visión complementaria al identificar mesetas y dinámicas de saturación, útiles para comprender límites estructurales de estabilidad en el largo plazo.

El análisis de bifurcaciones, sustentado en la constante de Feigenbaum, evidenció la transición de sistemas estables a comportamientos caóticos mediante duplicación de períodos, lo que explica la alta sensibilidad de los precios a pequeñas perturbaciones. En conjunto, la integración de estos enfoques proporciona un sistema predictivo innovador que reduce la incertidumbre en la gestión de la cadena de suministro de la industria peruana de electrodos. Este aporte metodológico fortalece la toma de decisiones estratégicas en contextos de volatilidad global y abre la posibilidad de extender su aplicación a otros sectores industriales sensibles al precio de materias primas, incorporando en futuras investigaciones variables geopolíticas, climáticas y enfoques híbridos basados en

inteligencia artificial para optimizar la precisión y la resiliencia de los modelos.

## REFERENCIAS

- Abraham, R., Gardini, L., & Mira, C. (2004). *Chaos in discrete dynamical systems: A visual introduction in 2 dimensions*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-18882-8>
- Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden-Day.
- Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2017). *Machine, platform, crowd: Harnessing our digital future*. W. W. Norton & Company.
- Chopra, S., & Meindl, P. (2019). *Supply chain management: Strategy, planning, and operation* (7th ed.). Pearson.
- Christopher, M. (2016). *Logistics & supply chain management* (5th ed.). Pearson Education.
- Day, R. H. (1992). Complex economic dynamics: Obvious in history, generic in theory, elusive in data. *Journal of Applied Econometrics*, 7(S1), S9–S23. <https://doi.org/10.1002/jae.3950070503>
- Debreu, G. (1991). *The theory of value: An axiomatic analysis of economic equilibrium*. Yale University Press.
- Drucker, P. (1974). *Management: Tasks, responsibilities, practices*. Harper & Row.
- Feigenbaum, M. J. (1978). Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *Journal of Statistical Physics*, 19(1), 25–52. <https://doi.org/10.1007/BF01020332>
- Feigenbaum, M. J. (1983). Universal behavior in nonlinear systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 7(1-3), 16–39. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(83\)90112-4](https://doi.org/10.1016/0167-2789(83)90112-4)
- Guegan, D. (2009). Chaos in economics and finance. *Annual Review of Financial Economics*, 1(1), 143–170. <https://doi.org/10.1146/annurev.financial.050808.114341>

- Koza, J. R. (1992). Genetic programming: On the programming of computers by means of natural selection. MIT Press.
- Lipson, H. (2009). Principles of modularity, regularity, and hierarchy for scalable systems. *Journal of Biological Physics and Chemistry*, 9(1), 151–158. <https://doi.org/10.4024/40709.jbpc.09.03>
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2), 130–141. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1963\)020<0130:DNF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2)
- Marr, B. (2024). The future of business analytics. Kogan Page.
- Matilla, A. S. (2003). Dynamics of customer satisfaction: Modeling and managerial implications. *Journal of Service Research*, 5(2), 131–144. <https://doi.org/10.1177/1094670502238916>
- May, R. M. (1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 261(5560), 459–467. <https://doi.org/10.1038/261459a0>
- Murray, J. D. (2002). Mathematical biology I: An introduction (3rd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/b98868>
- O'Neill, M., & Ryan, C. (2010). Grammatical evolution: Evolutionary automatic programming in an arbitrary language. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8983-3>
- Peters, E. E. (1996). Chaos and order in the capital markets: A new view of cycles, prices, and market volatility (2nd ed.). Wiley.
- Rosser, J. B. (2000). From catastrophe to chaos: A general theory of economic discontinuities. *Mathematics and Computers in Simulation*, 51(1–2), 259–273. [https://doi.org/10.1016/S0378-4754\(99\)00132-5](https://doi.org/10.1016/S0378-4754(99)00132-5)
- Schmidt, M., & Lipson, H. (2009). Distilling free-form natural laws from experimental data. *Science*, 324(5923), 81–85. <https://doi.org/10.1126/science.1165893>
- Stiglitz, J. E. (2002). Globalization and its discontents. W. W. Norton & Company.
- Varian, H. R. (2014). Big data: New tricks for econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 28(2), 3–28. <https://doi.org/10.1257/jep.28.2.3>
- World Trade Organization. (2024). World trade statistical review 2024. WTO.
- Abraham, R., & Shaw, C. (1992). Dynamics: The geometry of behavior. Addison-Wesley.
- Guckenheimer, J., & Holmes, P. (1985). Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1140-2>
- Kantz, H., & Schreiber, T. (2004). Nonlinear time series analysis (2nd ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755798>
- Packard, N. H. (1988). Adaptation toward the edge of chaos. In J. A. S. Kelso, A. J. Mandell, & M. F. Shlesinger (Eds.), *Dynamic patterns in complex systems* (pp. 293–301). World Scientific. [https://doi.org/10.1142/9789814415743\\_0017](https://doi.org/10.1142/9789814415743_0017)
- Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. In D. A. Rand & L.-S. Young (Eds.), *Dynamical systems and turbulence* (pp. 366–381). Springer. <https://doi.org/10.1007/BFb009192>